

# ROTEIRO P/ SIMULAÇÃO: EQUILÍBRIO DE UM CORPO EXTENSO

Prof. Nildo Loiola Dias

## 1 OBJETIVOS

- Medir as reações nos apoios de uma viga bi-apoiada, quando uma carga móvel é deslocada sobre a mesma.
- Verificar as condições de equilíbrio para um corpo rígido.
- Determinar o centro de gravidade (centro de massa) de um sistema.

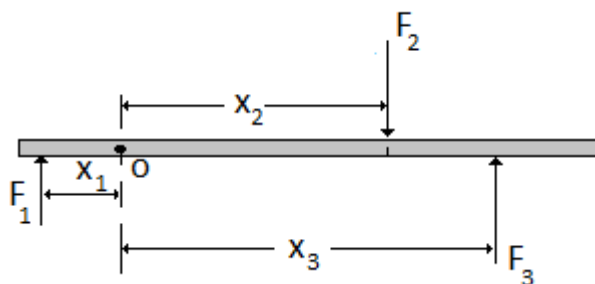
## 2 MATERIAL

Link para a simulação a ser usada: [www.laboratoriovirtual.fisica.ufc.br/equilibrio-de-um-corpo-extenso](http://www.laboratoriovirtual.fisica.ufc.br/equilibrio-de-um-corpo-extenso)

## 3 FUNDAMENTOS

Considere uma barra sujeita às forças indicadas na Figura 1.

Figura 1. Forças sobre uma barra horizontal.



Definimos torque da força  $F$  em relação ao ponto  $O$ , o produto da intensidade da força  $F$  pela distância  $x$  da força  $F$  ao ponto  $O$ . Na realidade estamos tratando de um caso particular em que a força  $F$  é perpendicular à distância da força  $F$  ao ponto  $O$ . No caso mais geral o torque,  $\tau = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$  (o torque,  $\tau$  é um vetor dado pelo produto vetorial do vetor posição do ponto de aplicação da força  $\mathbf{F}$ , em relação a um ponto  $O$ , pelo vetor força  $\mathbf{F}$ ). O ponto  $O$  pode ser escolhido arbitrariamente.

No caso particular da barra da Figura 1, escolhamos o ponto  $O$  para calcular o torque das forças em relação à esse ponto, assim, vamos admitir que cada uma das forças aplicadas à barra tende à provocar uma rotação na barra em torno deste ponto  $O$ , rotação essa que dependendo do ponto de aplicação da força e de sua orientação, pode ser no sentido horário ou no sentido anti-horário. Podemos escolher arbitrariamente um dos sentidos e atribuir um sinal (+), consequentemente o sentido contrário terá sinal (-).

Escolhendo arbitrariamente o sentido horário para ser positivo, o torque  $\tau_1$  da força  $F_1$  será  $\tau_1 = x_1.F_1$  (positivo, pois considerando o ponto  $O$  como fixo a força  $F_1$  tenderia à provocar na barra uma rotação no sentido horário). Já o torque da força  $F_2$  em relação ao ponto  $O$ , será:  $\tau_2 = x_2.F_2$  (positivo, pois considerando o ponto  $O$  como fixo a força  $F_2$  tenderia à provocar na barra uma rotação no sentido horário). O torque da força  $F_3$  é dado por:  $\tau_3 = -x_3.F_3$  (negativo, pois considerando o ponto  $O$  como fixo a força  $F_3$  tenderia à provocar na barra uma rotação no sentido anti-horário).

## EQUILÍBRIO DE UM CORPO RÍGIDO

Para que um corpo rígido esteja em equilíbrio, é necessário que:

- (a) A soma vetorial de todas as forças externas que atuam sobre ele seja nula e
- (b) A soma vetorial de todos os torques externos que atuam sobre ele seja nula.

Para uma barra uniforme de peso  $P_2$  e comprimento  $L$  (Figura 2), em equilíbrio sobre os apoios A e B, e com uma carga  $P_1$ , que pode mover-se sobre a barra, sendo  $x$  sua posição em relação a extremidade esquerda (escolhemos arbitrariamente o ponto O na extremidade esquerda), podemos escrever:

A soma vetorial de todas as forças externas que atuam sobre a barra é zero:

$$R_A + R_B - P_1 - P_2 = 0 \quad (1)$$

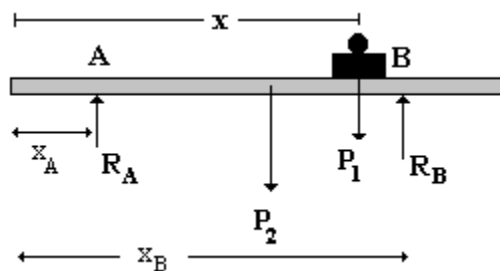
Onde  $R_A$  e  $R_B$  são as reações nos apoios A e B respectivamente.

A soma vetorial de todos os torques externos que atuam sobre a barra é zero:

$$P_1 x + P_2 \frac{L}{2} - R_A x_A - R_B x_B = 0 \quad (2)$$

Onde  $x_A$  e  $x_B$  são os pontos de aplicação das reações,  $R_A$  e  $R_B$  em relação à extremidade esquerda da barra. Observe que escolhemos positivo o sentido horário.

Figura 2. Forças sobre uma barra bi-apoiada.



## CENTRO DE GRAVIDADE

Denominamos Centro de Gravidade de um sistema um ponto hipotético onde todo o peso do sistema está nele aplicado. Para o sistema formado por uma Barra uniforme de peso  $P_2$  (com centro de gravidade na posição  $L/2$  em relação à extremidade esquerda da Barra) e um Peso  $P_1$  na posição  $x$  (em relação à extremidade esquerda da Barra), o centro de gravidade é dado por:

$$X_{CG} = (x.P_1 + (L/2)P_2)/(P_1 + P_2) \quad (3)$$

O centro de gravidade desse sistema deve estar entre os pontos de apoio para que haja equilíbrio.

## 4 PROCEDIMENTOS

Para a realização deste Procedimento será necessário a simulação “Equilíbrio de um Corpo Extenso”:  
[www.laboratoriovirtual.fisica.ufc.br/equilibrio-de-um-corpo-extenso](http://www.laboratoriovirtual.fisica.ufc.br/equilibrio-de-um-corpo-extenso)

Nesta simulação uma barra é apoiada sobre duas balanças que fornecem suas leituras em gramas. Três barras de massa diferentes podem ser escolhidas. Ao escolher uma barra, a mesma é posicionada sobre as duas balanças que ficam inicialmente posicionadas sob as extremidades da barra (posição 0 cm e posição 100 cm). Com uma barra posicionada sobre as balanças, as mesmas podem ser movimentadas sob a barra até um ponto para o qual ainda há equilíbrio. Se a balança fosse movimentada para além deste ponto a barra tombaria! (não haveria equilíbrio), por isso, em algumas situações, alguns movimentos não são permitidos.

Um “Peso” pode ser colocado sobre a barra. Há três opções de “Pesos”. Ao escolher um dos pesos, o mesmo é posicionado sobre a barra na posição central (50 cm). As balanças são posicionadas sob as extremidades da barra. Tanto a posição das balanças sob a barra como a posição do “Peso” sobre a barra podem ser alteradas. Lembrando que as posições só poderão ser variadas até o ponto para o qual ainda há equilíbrio.

1 Determine os pesos de cada barra e de cada “peso” e anote na Tabela 1. Anote os pesos em Newtons e em grama-força. Use  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ . Use notação científica para expressar os pesos com um número correto de algarismos significativos.

Tabela 1. Pesos dos elementos disponíveis na simulação.

Número	Peso da Barra (N)	Peso da Barra (gf)	“Peso” (N)	“Peso” (gf)
1				
2				
3				

2 Escolha a Barra 1 e o “Peso” 3. Posicione a Balança 1, na posição 20 cm sob a barra e a Balança 2 na posição 80 cm.

3 Faça o “peso” 3 percorrer a Barra 1 de acordo com as posições  $x(\text{cm})$  indicadas na Tabela 2, a partir do zero (extremidade), anotando os valores das reações  $R_A$  e  $R_B$  (leituras das Balanças 1 e 2 respectivamente). Anote também os valores de  $R_A + R_B$  em função de  $x$ . Use  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ . Use notação científica para expressar as reações,  $R_A$ ,  $R_B$  e  $R_A + R_B$  com um número correto de algarismos significativos.

Tabela 2. Leitura das balanças para a configuração do procedimento 2.

$x$ (cm)	$R_A$ (N)	$R_B$ (N)	$R_A + R_B$ (N)
0			
10			
20			
30			
40			
50			
60			
70			
80			
90			
100			

4 Escolha na simulação a Barra 1 e o “Peso” 1. Posicione a Balança 1, na posição 10 cm sob a barra e a Balança 2 na posição 60 cm.

5 Faça o “peso” 1 percorrer a Barra 1 de acordo com as posições  $x(\text{cm})$  indicadas na Tabela 3, a partir do zero (extremidade), anotando os valores das reações  $R_1$  e  $R_2$  (leituras das Balanças 1 e 2 respectivamente). Anote também os valores de  $R_1 + R_2$  em função de  $x$ . Anote os valores em grama-força. Se não for possível colocar o “peso” 1 em alguma das posições indicadas, preencha o local correspondente da Tabela 3 com xxxx.

Tabela 3. Leitura das balanças para a configuração do procedimento 5.

x (cm)	$R_A$ (gf)	$R_B$ (gf)	$R_A + R_B$ (gf)
0			
10			
20			
30			
40			
50			
60			
70			
80			
90			
100			

6 Calcule a posição do Centro de Gravidade do sistema formado pelo “Peso” 1 e pela Barra 1, para cada uma das posições do “Peso” 1 indicadas na Tabela 4. Todas as barras da simulação têm  $L = 100$  cm.

Tabela 4. Posição do Centro de Gravidade.

x (cm)	0	20	50	90	100
$X_{CG}$ (cm)					

**OBS:** Calcule as posições do Centro de Gravidade até mesmo para as posições em que não foram possíveis colocar o “Peso” 1 no procedimento 5.

## 5 QUESTIONÁRIO

1 - Trace em um mesmo gráfico, a reação  $R_A$  em função da posição x(cm),  $R_B$  em função da posição x (cm) e  $R_A + R_B$  em função da posição x(cm) com os dados da Tabela 2.

2- Trace em um mesmo gráfico, a reação  $R_A$  em função da posição x(cm),  $R_B$  em função da posição x (cm) e  $R_A + R_B$  em função da posição x(cm) com os dados da Tabela 3.

3 - Verifique, para os dados obtidos com o “Peso” 3 na posição 30 cm sobre a Barra 1 (Tabela 2), se as condições de equilíbrio são satisfeitas (equações 1 e 2). Comente os resultados.

4- No procedimento 5 não é possível deslocar o “Peso” 1 para qualquer posição sobre a Barra 1 e manter o sistema em equilíbrio. Calcule a posição do Centro de Gravidade do sistema formado pela Barra 1 e pelo “Peso” 1 quando o mesmo está posicionado na posição mais à direita possível na simulação.

5- Calcule os valores esperados para as reações  $R_A$  e  $R_B$  (leituras nas balanças em g), para uma Barra de 100 cm e 120 gf e um peso de 30 gf colocado sobre a Barra na posição  $x = 80$  cm. Considere que uma Balança é colocada na posição 20 cm e a outra na posição 90 cm.